令和５年度 総合型選抜 入学試験問題

小 論 文 C

工 学 部

（昼間コース：都市システム工学科）

解 答 例

⑤ 解答用紙（その１），（その２），（その３），（その４）には，それぞれ問題 $\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$ の解答を記述しなさい。

$\boxed{1}$ 以下は計算方法や論述の一例です。

問 1 y 軸に関して対称移動した 2 次関数 $y=-x^2-2x+1$ のグラフを, さらに対称移動すれば $f(x)$ のグラフが得られる。よって,

$$f(x)=-(-x)^2-2(-x)+1=-x^2+2x+1$$

問 2 条件「$\overline{p}$ または $\overline{q}$」$\Longleftrightarrow$ 条件「$\overline{p \text{ かつ } q}$」に注意して, 条件「$p$ かつ q」を満たす x の範囲は $0<x \leqq 5$ なので, 求める範囲は $x \leqq 0$ または $5<x$

問 3 12 個の球から 3 個の球を同時に取り出す場合の数は ${}_{12}\mathrm{C}_3=220$ である。

求める確率は, 互いに排反な次の 3 つの事象 A, B, C の和事象の確率である。

A : 3 個とも赤球, B : 3 個とも白球, C : 3 個とも黒球

事象 A, B, C が起こる場合の数はそれぞれ ${}_3\mathrm{C}_3=1,\ {}_4\mathrm{C}_3=4,\ {}_5\mathrm{C}_3=10$ である。

よって, 求める確率は加法定理より

$$\begin{aligned} P(A\cup B\cup C)&=P(A)+P(B)+P(C)=\frac{{}_3\mathrm{C}_3}{{}_{12}\mathrm{C}_3}+\frac{{}_4\mathrm{C}_3}{{}_{12}\mathrm{C}_3}+\frac{{}_5\mathrm{C}_3}{{}_{12}\mathrm{C}_3}\\ &=\frac{{}_3\mathrm{C}_3+{}_4\mathrm{C}_3+{}_5\mathrm{C}_3}{{}_{12}\mathrm{C}_3}=\frac{1+4+10}{220}=\frac{15}{220}=\frac{3}{44}\end{aligned}$$

問 4 $\left(\dfrac{\sqrt[4]{8}}{\sqrt[3]{2}\,\sqrt{2}}\right)^3=\left(\dfrac{2^{\frac{3}{4}}}{2^{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}}}\right)^3=\left(2^{\frac{3}{4}-\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right)}\right)^3=\left(2^{-\frac{1}{12}}\right)^3=2^{-\frac{1}{4}}$ より, $k=-\dfrac{1}{4}$

問 5 与式を $a_{n+1}-3=2(a_n-3)$ と変形して, $b_n=a_n-3$ とおく。

すると, $b_{n+1}=2b_n$ となるので, 数列 $\{b_n\}$ は初項 $b_1=a_1-3=4-3=1$, 公比 2 の等比数列となる。よって, $b_n=2^{n-1}$ となる。以上から,

$$a_n=3+2^{n-1}\quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

$\boxed{2}$ 以下は計算方法や論述の一例です。

問 1 $\dfrac{1+2i}{3+i} = \dfrac{(1+2i)(3-i)}{(3+i)(3-i)} = \dfrac{5+5i}{10} = \dfrac{1}{2}(1+i)$ より, 偏角は $\theta = \dfrac{\pi}{4}$

問 2

$$\sqrt{4n^2+5n} - 2n = \frac{\left(\sqrt{4n^2+5n}-2n\right)\left(\sqrt{4n^2+5n}+2n\right)}{\sqrt{4n^2+5n}+2n}$$
$$= \frac{(4n^2+5n)-4n^2}{\sqrt{4n^2+5n}+2n} = \frac{5n}{\sqrt{4n^2+5n}+2n}$$
$$= \frac{5}{\sqrt{4+\frac{5}{n}}+2} \to \frac{5}{4} \quad (n \to \infty)$$

問 3 関数 $f(x) = \log(2x+1)$ を x で微分すると,

$$f'(x) = \frac{(2x+1)'}{2x+1} = \frac{2}{2x+1}$$

となる。さらに, 微分して

$$f''(x) = \left(\frac{2}{2x+1}\right)' = \frac{2' \cdot (2x+1) - 2 \cdot (2x+1)'}{(2x+1)^2} = \frac{-2 \cdot 2}{(2x+1)^2} = \frac{-4}{(2x+1)^2}$$

問 4 (i) 部分積分法を用いて計算する。

$$\int_0^1 xe^{2x}\,dx = \left[\frac{1}{2}e^{2x}x\right]_0^1 - \int_0^1 \frac{1}{2}e^{2x} \cdot 1\,dx = \left[\frac{1}{2}e^{2x}x\right]_0^1 - \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}e^{2x}\right]_0^1$$
$$= \frac{1}{2}\left(e^2 - 0\right) - \frac{1}{4}\left(e^2 - e^0\right) = \frac{1}{2}e^2 - \frac{1}{4}\left(e^2 - 1\right) = \frac{1}{4}e^2 + \frac{1}{4}$$

(ii)

$$\int_{\frac{\pi}{9}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\left(3x + \frac{\pi}{2}\right)\,dx = \int_{\frac{\pi}{9}}^{\frac{\pi}{2}} \left(-\sin 3x\right)\,dx = (-1)\int_{\frac{\pi}{9}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 3x\,dx$$
$$= (-1)\left(-\frac{1}{3}\right)\left[\cos 3x\right]_{\frac{\pi}{9}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{3}\left\{\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\right\}$$
$$= \frac{1}{3}\left(0 - \frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{6}$$

$\boxed{3}$　導出過程は一通りではありません。論述による解答は例示です。

問１　速度は，等加速度直線運動の公式 $v = v_0 + at$ (a は加速度)を利用して

$v_x = v_0\cos\theta$ ，　$v_y = v_0\sin\theta - gt$

問２　位置は、等加速度直線運動の公式 $x = x_0 + vt + \frac{1}{2}at^2$ を利用して

$x = (v_0\cos\theta)t$ ，　$y = (v_0\sin\theta)t - \frac{1}{2}gt^2$

問３　最高到達点では y 軸方向の速度が 0 になるので

$v_0\sin\theta - gT = 0$ から $T = \frac{v_0\sin\theta}{g}$, これを問２の y の式に代入して

$$y_{\max} = (v_0\sin\theta)\frac{v_0\sin\theta}{g} - \frac{1}{2}g\left(\frac{v_0\sin\theta}{g}\right)^2 = \frac{v_0^2\sin^2\theta}{2g}$$

問４　床は y=0 なので問２の y の式より $0 = (v_0\sin\theta)t - \frac{1}{2}gt^2$ これから落下する時刻は

$t = \frac{2v_0\sin\theta}{g}$　この t を問２の x の式に代入して $L = (v_0\cos\theta)\frac{2v_0\sin\theta}{g} = \frac{2v_0^2\sin\theta\cos\theta}{g}$

問５　得られた L を変形すると $L = \frac{v_0^2\sin2\theta}{g}$ となり，$\sin2\theta$ が最大値 1 をとるのは

$\theta = 45^\circ$（$\theta = \frac{\pi}{4}$ も可）

$\boxed{4}$　導出過程は一通りではありません。論述による解答は例示です。

問１　抵抗 R_1 を流れる電流を I とする。

キルヒホッフの法則より起電力と電圧降下の大きさは等しいので $E=IR_1+V$ となる

これより R_1 を流れる電流は $\frac{E-V}{R_1}$

問２　(1)　a 側から b 側に切り替えたときの C_1 および C_2 の電気量は、

それぞれ $\frac{2C_1E}{3}$ と 0 である。じゅうぶん時間が経てば両方のコンデンサーの電圧は共通になるので，その電圧を V' とする。切り替え前後の総電荷量は等しいので $\frac{2C_1E}{3}+0=(C_1+C_2)V'$ とおける。

C_2 にかかる電圧は $\frac{2C_1E}{3(C_1+C_2)}$

(2)　切り替え前の C_1 の持つエネルギーから，じゅうぶん時間が経ったときの C_1 と C_2 のエネルギーを引けば，抵抗で消費されたエネルギーが分かるので

$$\frac{1}{2}C_1\left(\frac{2E}{3}\right)^2-\left[\frac{1}{2}C_1(V')^2+\frac{1}{2}C_2(V')^2\right]=\frac{1}{2}C_1\left(\frac{2E}{3}\right)^2-\left[\frac{1}{2}V'^2(C_1+C_2)\right]$$

$$=\frac{2(C_1+C_2)}{9(C_1+C_2)}C_1E^2-\frac{1}{2}\cdot\frac{4C_1^2E^2}{9(C_1+C_2)^2}[(C_1+C_2)]=\frac{2(C_1+C_2)}{9(C_1+C_2)}C_1E^2-\frac{2}{9(C_1+C_2)}C_1^2E^2$$

$$=\frac{2C_1^2+2C_1C_2-2C_1^2}{9(C_1+C_2)}E^2=\frac{2C_1C_2}{9(C_1+C_2)}E^2$$

より，消費されたエネルギーは $\frac{2C_1C_2}{9(C_1+C_2)}E^2$